

3 行列の積/正則行列/ブロック分割

演習 3.1 次の行列の積を計算せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 8 \\ 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

演習 3.2 (1) A, B を n 次の正方行列とすると AB, BA も n 次の正方行列となるが, $AB = BA$ が成立するとは限らない. $AB \neq BA$ となるような例を挙げよ.

(2) 行列の積 AB が零行列であったとしても A, B のどちらかが零行列であるとは限らない. A, B がどちらも零行列ではないのに AB が零行列となるような例を挙げよ.

演習 3.3 A を単位行列ではない正方行列とする. このときもし $A^2 = A$ ならば, A は正則行列でないことを示せ.

演習 3.4 A を $m \times n$ 行列, a を定数とすると, $k = 1, 2, 3, \dots$ に対し

$$\begin{pmatrix} aE_m & A \\ O & aE_n \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} a^k E_m & ka^{k-1} A \\ O & a^k E_n \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ.