

11 ベクトルの内積

演習 11.1 次の 2 つのベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} のなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を求めよ.

$$(1) \mathbf{a} = \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \quad (2) \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(3) \mathbf{a} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (4) \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

演習 11.2 a を 0 でない実数とし, xyz 空間座標系において, 次で与えられる 2 直線 l_1, l_2 を考える:

$$l_1: x - 2 = y + 1 = \frac{z - 3}{a}, \quad l_2: \frac{x + 3}{2} = \frac{y}{a} = \frac{z + 5}{a + 2}.$$

- (1) l_1 と l_2 が平行になるように a の値を定めよ.
- (2) l_1 と l_2 が垂直になるように a の値を定めよ.

演習 11.3 空間座標系において, 定点 A, B と動点 P があったとして, それぞれの位置ベクトルを $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{p}$ とする. P が方程式 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ を満たす全ての点を動くとき, P が描く図形を答えよ.