

7 写像・置換

演習 7.1 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ を写像とする.

- (1) f, g が共に全射ならば, 合成写像 $g \circ f: A \rightarrow C$ も全射であることを示せ.
- (2) f, g が共に単射ならば, 合成写像 $g \circ f: A \rightarrow C$ も単射であることを示せ.
- (3) f, g が共に全単射ならば (1), (2) により $g \circ f$ も全単射になる. このとき $g \circ f$ の逆写像は $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ であることを示せ.

演習 7.2 次の置換を巡回表示せよ. また, 偶置換か奇置換かを判定せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) (1, 3, 4) \circ (2, 3) \circ (1, 5)$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$