13 電磁気学の法則 (その２)

磁束密度 (磁場). 空間内の電荷に働く力には, 電荷の運動に関係なく定まる電気力 (電場 $\boldsymbol{E}$ により記述される) だけでなく, 電荷の速度に依存する磁気力と呼ばれるものがあり, 磁束密度 (磁場) $\boldsymbol{B}$ により記述される. 速度 $\boldsymbol{v}$ で動く電荷 q が受ける電気力は $q\boldsymbol{E}$, 磁気力は $q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ と書かれ, 従って電荷に働く全電磁力 $\boldsymbol{F}$ は

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$$

となる. これをローレンツ力という.

磁荷の非存在. 前回のガウスの法則は, 電荷が電場の「湧き出し口」(正電荷の場合) ないし「吸い込み口」(負電荷の場合) になっているというものであった. 一方, 磁場については電荷に類似した「磁荷」が発見されたことがなく, 点から発散することはない:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0.$$

演習 13.1 上記の式は次と同値なことを示せ: 任意の閉曲面 S に対して

$$\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = 0.$$

電流. 電荷が動いて流れをつくるとき, それは電流と呼ばれる. 単位時間に単位面積あたりに過ぎる電気の量とその方向を与えるベクトル (場) を電流密度と呼び, $\boldsymbol{j}$ と書く. 電荷密度が ρ で電荷の速度が $\boldsymbol{v}$ であるとき, 電流密度は

$$\boldsymbol{j} = \rho\boldsymbol{v}$$

となる. また, ある曲面 S を単位時間当たりに通る全電流 I は

$$I = \int_S \boldsymbol{j}\cdot d\boldsymbol{S}$$

となる.

アンペールの法則. 電流があると, そのまわりに磁場が出現する. 空間を電流密度 $\boldsymbol{j}$ の定常電流 (時間によらない電流) が流れており, それによって出現する磁束密度 (磁場) を $\boldsymbol{B}$ とするとき,

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{j}$$

が成り立つ (ここで, μ_0 は真空の透磁率と呼ばれる定数). さらに, 単一閉曲線 C とそれの囲む曲面 S に対して, 上の式とストークスの定理により,

$$\int_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{r} = \mu_0\int_S \boldsymbol{j}\cdot d\boldsymbol{S} = \mu_0 I$$

が成立する (I は単位時間あたりに S を通る全電流). この 2 つの式を**アンペールの法則** (の微分形と積分形) という.