

## 17 既約性の判定

問題 17.1 (1)  $f(X) = X^2 + X + 1$  が  $\mathbb{Q}[X]$  において既約であることを示せ.

(2)  $f(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$  が  $\mathbb{Q}[X]$  において既約であることを示せ.

(3) 一般に,  $p$  を素数とすると,  $f(X) = X^{p-1} + X^{p-2} + \cdots + 1$  は  $\mathbb{Q}[X]$  において既約であることを示せ.

[ヒント] 問題 16.4 により,  $f(X+1)$  が既約であることを示せばよい.  $f(X) = (X^p - 1)/(X - 1)$  だから  $f(X+1) = ((X+1)^p - 1)/X$  となることに注意.

問題 17.2 次の多項式が  $\mathbb{Q}[X]$  において既約かどうかを判定せよ.

(1)  $X^3 + 4X^2 + 2X + 2$

(2)  $X^3 + 2X + 4$

(3)  $X^3 - 6X - 9$

(4)  $2X^4 + 6X^3 + 12X + 30$

(5)  $2X^5 + 20X^4 + 30X^2 + 10X + 5$

---

<sup>1</sup>ホームページ <http://www.math.tsukuba.ac.jp/~amano/lec2012-2/e-algebra-ex/index.html>