

10 群の位数と元の位数

問題 10.1 G を有限群とする.

- (1) g を G の任意の元とすると, g の位数は G の位数 $|G|$ の約数であることを示せ.
- (2) もし $|G|$ が素数ならば, G は巡回群であることを証明せよ.

[ヒント] (1) はラグランジュの定理を使って示す.

問題 10.2 (1) 位数 4 の群は必ず $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ または $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ のどちらかと同型になることを示せ.

(2) 位数 6 の群は必ず $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ または 3 次の対称群 S_3 のどちらかと同型になることを示せ.

[ヒント] 上の問題 10.1 (1) を使って考えてみよう.

¹ホームページ <http://www.math.tsukuba.ac.jp/~amano/lec2012-2/e-algebra-ex/index.html>