

16 乗法的ジョルダン分解

演習 16.1 n 次正方行列 A について, 次の (a)(b)(c) は同値であることを示せ.

- (a) A は巾単行列 (すなわち $A - E$ が巾零行列).
- (b) ある n 次の正則行列 P があって

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & & * \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

と表わされる.

- (c) A の固有多項式は $\Phi_A(x) = (x - 1)^n$ である.

演習 16.2 A を n 次の正則行列, m を自然数とする. 次を示せ.

- (1) A が巾単行列 $\Rightarrow A^m$ が巾単行列.
- (2) A が半単純 $\Rightarrow A^m$ が半単純.
- (3) A^m が半単純 $\Rightarrow A$ が半単純.