

10 巾零写像・広義固有空間

演習 10.1 巾零写像は 0 以外の固有値を持たないことを示せ.

[ヒント] 一般に, 線形変換 $f: V \rightarrow V$ の固有値 α と $0 \neq v \in V_\alpha$ について, $f^n(v) = \alpha^n v$.

演習 10.2 上三角行列が巾零行列であるための必要十分条件は, 対角成分がすべて 0 であることだということを示せ.

演習 10.3 教科書の例 9.2 に書いてある次の事実をそれぞれ確かめよ.

$$(1) V_0 = V_{(0)} = \langle \mathbf{x}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_1 \rangle.$$

$$(2) V_{-1} = V_{(-1)} = \langle \mathbf{x}_3 - 3\mathbf{x}_2 - \frac{1}{3}\mathbf{x}_1 \rangle.$$

$$(3) V_{(2)} = \langle \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4 - \frac{2}{3}\mathbf{x}_3 + \frac{3}{2}\mathbf{x}_2 \rangle.$$

$$(4) V = V_{(0)} \oplus V_{(-1)} \oplus V_{(2)}.$$