

7 固有値と固有空間/対角化可能性

演習 7.1 次の行列の固有値と固有空間を求めよ. また, 対角化できるものは対角化せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
$$(4) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -4 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

演習 7.2 次の行列が対角化可能であるような複素数 a, b, c を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

演習 7.3 次の行列が対角化可能であるような a を求めよ.

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -a \end{pmatrix}$$