5　計量ベクトル空間

演習 5.1 ゼロベクトルでない二つの平面ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ が与えられたとする.

(1) $\dfrac{(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})}{||\boldsymbol{a}||}$ が $\boldsymbol{b}$ の $\boldsymbol{a}$ 方向成分を表すことを図と数式を用いて説明せよ.

(2) $\boldsymbol{b} - \dfrac{(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})}{||\boldsymbol{a}||^2}\boldsymbol{a}$ が $\boldsymbol{a}$ と直交することを図を描いて説明せよ.

[コメント] (2) $\boldsymbol{a}$ 方向の単位ベクトル $\dfrac{1}{||\boldsymbol{a}||}\boldsymbol{a}$ を $\dfrac{(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})}{||\boldsymbol{a}||}$ 倍したベクトルを $\boldsymbol{b}$ から引いたら $\boldsymbol{a}$ と直交するはずだ, と一目で納得できるように図を描いてください.

演習 5.2 $V = \mathbb{R}^2$ (内積は標準内積) の場合に定理 6.22 を示せ.

演習 5.3 三つの空間ベクトル $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ から定理 6.22 の方法で $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ を作り, それらのベクトルの位置関係を図示せよ.

演習 5.4 $V = \mathbb{R}^3$ (内積は標準内積) の場合に定理 6.22 を示せ.