

3 商空間 (つづき)

今回も教科書の記述を理解する演習です。(前回同様, 丸写しではなくなるべく自分の言葉で理解しながら進めるようにしてください.)

演習 3.1 (復習)

- (1) 教科書の定理 6.1 を証明せよ.
- (2) 教科書の定理 6.9 を証明せよ (定理 6.1 ~ 系 6.8 は前提として用いて良い).

演習 3.2 教科書の定理 6.19 は, 定理 6.15 を用いなくても下記のような議論で証明することができる. 下記は概略のみなので, これをきちんとした証明として完成させよ:

[定理 6.19 の証明 (概略のみ)] W の基底をとったとき, それに対し, 適当に $\dim V - \dim W$ 個の V の元を付け加えて V の基底を作ることができる. このとき, その付け加えた元が属する同値類 (V/W の元) たちがちょうど V/W の基底をなす. よって $\dim V/W = \dim V - \dim W$ である.

[コメント] 第 1 文の主張は定理 6.9 そのものです. 第 2 文の主張が自明ではないのでそれをきちんと示す必要があります. (議論の筋道としては教科書に書いてある定理 6.15 の証明と似たようなものになると思います.)