

7 ベクトル空間の次元

K を実数体 \mathbb{R} または複素数体 \mathbb{C} とする.

演習 7.1 以下で与えられる K^3 の部分ベクトル空間 W の次元を求めよ.

$$(1) W = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(2) W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$(3) W = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

演習 7.2 $K[X]_3$ を, K 係数の 1 変数多項式で次数が 3 以下のもの全体のなすベクトル空間とする. 以下で与えられる $K[X]_3$ の部分ベクトル空間 W の次元を求めよ.

$$(1) W = \langle 1 - X, 1 + X, X^2, 1 + X^2 \rangle$$

$$(2) W = \langle 1, X^2, (1 + X)^2 \rangle$$

$$(3) W = \langle X, 1 + X^2, (1 - X)^2, (1 + X)^2 \rangle$$