

8 固有値・固有ベクトル

演習 8.1 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ (複素数の範囲で).

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

演習 8.2 A を正方行列とする.

- (1) A の固有値と tA の固有値は一致することを示せ.
- (2) A が正則行列のとき, r を A の固有値とすると, $r \neq 0$ であり, $1/r$ は A^{-1} の固有値であることを示せ.

時間が余ったら, 次も考えてみてください.

演習 8.3 A を n 次の正方行列とするとき, 次の (a), (b) が同値であることを示せ.

- (a) $A^n = O$,
- (b) A の固有値は 0 のみである.