

7 多項式と行列/固有多項式

演習 7.1 次の行列式 (多項式) を因数分解せよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x & 1 \\ x & x & 1 & x \\ 1 & x & 1 & 1 \\ x & x & x & 1 \end{vmatrix}$$

演習 7.2

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ x-1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

とする. このとき, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ が線形従属となるような x の値をすべて求めよ.

A を正方行列とすると, 多項式 $|xE - A|$ を A の固有多項式という. また, 固有多項式の根を A の固有値と呼ぶ.

演習 7.3 次の行列の固有多項式を計算し, 固有値を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -3 & -5 \\ -5 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 \\ -6 & 3 & -6 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

今回は特別扱いの問題はありません.