

6 余因子展開・余因子行列の解答例

演習 6.1 (1) 第 1 行に関して余因子展開すると,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = -26.$$

(2) 第 2 列に関して余因子展開すると,

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -(-1) \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 18.$$

(3) 第 1 行に関して余因子展開すると,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ -2 & -4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ -4 & 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ -2 & -4 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -30 + 24 - 18 = -24.$$

(4) 第 4 列に関して余因子展開すると,

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -5 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -10.$$

$$\text{演習 6.2 (1) } \tilde{A} = \begin{pmatrix} -22 & 2 & 10 \\ 14 & -1 & -6 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} = \begin{pmatrix} -11 & 1 & 5 \\ 7 & -1/2 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \tilde{A} = \begin{pmatrix} -72 & -42 & -36 & 48 \\ -96 & -21 & -48 & 99 \\ 54 & 49 & -8 & -71 \\ 12 & 42 & 6 & -78 \end{pmatrix},$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} = -\frac{1}{210} \tilde{A} = \begin{pmatrix} 12/35 & 1/5 & 6/35 & -8/35 \\ 16/35 & 1/10 & 8/35 & -33/70 \\ -9/35 & -7/30 & 4/105 & 71/210 \\ -2/35 & -1/5 & -1/35 & 13/35 \end{pmatrix}$$