

5 行列式の性質 (その 2)

演習 5.1 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$ とするとき, 次の行列式の値を求めよ.

$$(1) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 3a_{31} & 3a_{32} & 3a_{33} \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} - 2a_{21} & a_{32} - 2a_{22} & a_{33} - 2a_{23} \end{vmatrix}$$

演習 5.2 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} \sqrt{5} & -\sqrt{2} & -\sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{5} & -\sqrt{2} & -\sqrt{5} \\ \sqrt{7} & -\sqrt{3} & \sqrt{7} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{7} & \sqrt{3} & \sqrt{7} \end{vmatrix}$$

演習 5.3 A, B を $n \times n$ 行列とすると,

$$\begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix} = |A + B| \cdot |A - B|$$

が成り立つことを証明せよ.

時間が余った人は, 裏面の問題も考えてみてください.

演習 5.4 xyz 空間内に 3 つの平面

$$a_1x + b_1y + c_1z = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = 0$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = 0$$

が与えられていて、どの 2 つの平面も互いに異なるとする。このとき、この 3 つの平面が 1 本の直線を共有するための必要十分条件は

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

であることを示せ。