5 行列式の性質

演習 5.1 次の行列式を求めよ.

(1) $\begin{vmatrix} 9 & 9 & 27 \\ 5 & 5 & 15 \\ 23 & 7 & 11 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{7} \\ 1+\sqrt{2} & 1+\sqrt{3} & 1+\sqrt{5} & 1+\sqrt{7} \\ 2+\sqrt{2} & 2+\sqrt{3} & 2+\sqrt{5} & 2+\sqrt{7} \\ 3+\sqrt{2} & 3+\sqrt{3} & 3+\sqrt{5} & 3+\sqrt{7} \end{vmatrix}$

演習 5.2 A を $n \times n$ 行列, c を定数とするとき, $|cA| = c^n|A|$ となることを示せ.

演習 5.3 基本行列 $E_{ij}(c)$, $E_i(c)$, P_{ij} について,
(1) $|E_{ij}(c)| = 1$ を示せ.
(2) $|E_i(c)| = c$ を示せ.
(3) $|P_{ij}| = -1$ を示せ.

演習 5.4 上記の結果を用いて, 行基本変形・列基本変形により行列式がどのように変わるか (または変わらないか) を述べよ.

演習 5.5 次の方程式を解け.

(1) $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 1 \\ 1 & x & 2 & 1 \\ 1 & 2 & x & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

(2) $\begin{vmatrix} x & 3 & -2 & -1 \\ 3 & x & -2 & -1 \\ 3 & -2 & x & -1 \\ 3 & -2 & -1 & x \end{vmatrix} = 0.$

演習 5.6 次の行列式を因数分解せよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b & c \\ 1 & x & b & c \\ 1 & x & y & c \\ 1 & x & y & z \end{vmatrix}$$

※次回は小テスト形式で行います (20 点満点). 内容は, 基本変形による行列式の計算, 余因子展開, 余因子行列 (来週の授業の範囲) となります.