

6 (行) 基本変形と基本行列

演習 6.1 3×4 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ に左から次の (1) ~ (5) の基本行列を順番にかけて、

それぞれがどのような行基本変形になっているかを答えよ。またそれらの基本変形を順番に施した結果、最終的に得られる行列を求めよ。

$$(1) P_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) E_{21}(-3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) E_{31}(-1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) E_2(1/2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5) E_{32}(-3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

演習 6.2 次の (1) ~ (6) の行基本変形について、それぞれ左からどのような基本行列をかければよいかを答えよ。 (4×4 の基本行列で答えてください。)

- (1) 第 2 行に第 4 行の -1 倍を加える。
- (2) 第 3 行に第 2 行の 3 倍を加える。
- (3) 第 2 行を $1/3$ 倍する。
- (4) 第 2 行に第 1 行の -1 倍を加える。
- (5) 第 1 行に第 2 行の -3 倍を加える。
- (6) 第 3 行と第 4 行を入れ替える。

演習 6.3 ある正方行列 A に行基本変形を何回か施して正方行列 B になったとする。もし B が正則行列ならば A も正則であることを示せ。

演習 6.4 $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ に何回か行基本変形を施して単位行列にせよ。

今回は特別扱いの問題はありません。