

8 逆行列の計算・連立 1 次方程式

演習 8.1 掃き出し法を用いて次の行列が正則行列かどうかを調べ, もし正則ならば逆行列を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

演習 8.2 次の連立 1 次方程式を解け. (もし解が存在しなければ「解なし」とし, また, 解が一意に決まらない場合は一般解を求めよ.)

$$(1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -3x_1 - 6x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 9x_3 - 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 3 \\ 7x_1 + 5x_2 + 13x_4 = 15 \end{cases}$$

演習 8.3 次の (x_1, x_2, x_3) に関する) 連立 1 次方程式に解が存在するための定数 a の条件を求めよ. またそのときの解 (一意に決まらなければ一般解) を求めよ.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = a \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 3 \end{cases}$$