

7 簡約階段行列・掃き出し法

演習 7.1 次の行列 (1) ~ (8) に行基本変形を何回か施して簡約階段行列にせよ.

$$\begin{array}{lll}
 (1) \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix} & (2) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} & (3) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix} \\
 (4) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} & (5) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 7 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} & (6) \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & -4 & 3 \\ 3 & -6 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

演習 7.2 ある正方行列 A に行基本変形を何回か施して正方行列 B になったとする. もし B が正則行列ならば A も正則であることを示せ.

特に, 正方行列 A に行基本変形を何回か施して簡約階段行列にしたときに, もし結果が単位行列なら A は正則である. 逆に, A が正則なら行基本変形によって必ず単位行列にできる.

演習 7.3 上記を用いて次の行列が正則かどうかを判定せよ.

$$\begin{array}{lll}
 (1) \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 4 & 9 & 8 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} & (2) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix} & (3) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}$$