

5 行列の積・転置行列・ブロック分割 (小テスト形式)

教科書・ノート類参照可, TA や周囲の人に相談可 (ただし直接答えを聞くのはダメ).
早めに終わった人は答案を提出して退室可.

演習 5.1 (各 2 点) 次の行列の積を計算せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$(4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 8 \\ 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

正方行列 A が ${}^tA = A$ を満たすとき A を対称行列, ${}^tA = -A$ を満たすとき A を交代行列という.

演習 5.2 (5 点) A を n 次正方行列とする. 次を示せ:

$$A \text{ は対称行列} \Leftrightarrow \text{すべての } n \text{ 次正方行列 } X \text{ に対し } {}^t(AX) = ({}^tX)A.$$

演習 5.3 (5 点) すべての正方行列は対称行列と交代行列の和に一意的に表されることを示せ.

演習 5.4 (5 点) 4 つにブロック分割された行列 $X = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ について, 転置行列 tX を ${}^tA, {}^tB, {}^tC, {}^tD$ を用いて表せ.