1　平面ベクトル

演習 1.1 $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ とする. このとき, 次の (1)〜(3) のベクトルが $c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2$ $(c_1, c_2 \in \mathbb{R})$ の形 ($\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合) に表せるかどうかを調べ, もし表せるならば c_1, c_2 にあたる数を求めよ.

(1) $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$　(3) 基本ベクトル $\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

演習 1.2 $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする.

(1) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ が $\mathbb{R}^2$ を張ることを示せ. (任意の $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2$ に対して $\boldsymbol{x} = c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2$ となる $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ が必ず存在することを示せ.)

(2) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ のうちどの 2 つも線形独立になることを示せ.

(3) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ は線形独立か線形従属かを述べよ.

演習 1.3 ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \neq \boldsymbol{0}$ に対して, $\boldsymbol{a}$ に直交し原点を通る直線の方程式を書け. (根拠も述べること.)