

9 固有値・固有ベクトル

演習 9.1 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ (複素数の範囲で).

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -3 & -5 \\ -5 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 \\ -6 & 3 & -6 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

演習 9.2 A を正方行列とする.

- (1) A の固有値と tA の固有値は一致することを示せ.
- (2) A が正則行列のとき, r を A の固有値とすると, $r \neq 0$ であり, $1/r$ は A^{-1} の固有値であることを示せ.

時間が余ったら, 次も考えてみてください.

演習 9.3 A を n 次の正方行列とするとき, 次の (a), (b) が同値であることを示せ.

- (a) $A^n = O$,
- (b) A の固有値は 0 のみである.