

6 行列式の性質 (その 2)

演習 6.1 次の行列式の値を基本変形や余因子展開を用いて求めよ (必ず用いること).

$$(1) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix} \qquad (2) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ -2 & -4 & 3 & 2 \end{vmatrix} \qquad (4) \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

演習 6.2 次の行列 A の余因子行列 \tilde{A} と逆行列 A^{-1} を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

時間が余った人は, 次も考えてみてください.

演習 6.3 xyz 空間内に 3 つの平面

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z &= 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z &= 0 \end{aligned}$$

が与えられていて, どの 2 つの平面も互いに異なるとする. このとき, この 3 つの平面が 1 本の直線を共有するための必要十分条件は

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

であることを示せ.