5 行列式の性質 (その１)

演習 5.1 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$ とするとき, 次の行列式の値を求めよ.

(1) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 3a_{31} & 3a_{32} & 3a_{33} \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}-2a_{21} & a_{32}-2a_{22} & a_{33}-2a_{23} \end{vmatrix}$

演習 5.2 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} \sqrt{5} & -\sqrt{2} & -\sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{5} & -\sqrt{2} & -\sqrt{5} \\ \sqrt{7} & -\sqrt{3} & \sqrt{7} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{7} & \sqrt{3} & \sqrt{7} \end{vmatrix}$$

[ヒント] 基本変形で計算しやすい形にすることができます.

演習 5.3 A, B を $n \times n$ 行列とするとき,

$$\begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix} = |A+B| \cdot |A-B|$$

が成り立つことを証明せよ.

※今回は特別扱いの問題はありません.