

8 行列の階数

演習 8.1 次の行列に行基本変形や列基本変形を何回か施して $\begin{pmatrix} E_r & O \\ O & O \end{pmatrix}$ の形にせよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

演習 8.2 次の行列の階数を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

演習 8.3 A を $k \times l$ 行列, B を $m \times n$ 行列, C を $k \times n$ 行列とすると, 次の式を示せ.

$$(1) \operatorname{rank} \begin{pmatrix} A & O \\ O & B \end{pmatrix} = \operatorname{rank} A + \operatorname{rank} B$$

$$(2) \operatorname{rank} \begin{pmatrix} A & C \\ O & B \end{pmatrix} \geq \operatorname{rank} A + \operatorname{rank} B$$

今回は特別扱いの問題はありません.