

5 (行) 基本変形と基本行列

演習 5.1 3×4 行列 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ に左から次の (1) ~ (5) の基本行列を順番にか

けて, それぞれがどのような行基本変形になっているかを答えよ. またそれらの基本変形を順番に施した結果, 最終的に得られる行列を求めよ.

$$(1) P_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) E_3(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3) E_{32}(-2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) E_{21}(-2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5) E_{23}(7) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

演習 5.2 4×4 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 7 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ に次の (1) ~ (6) の行基本変形を順番に施す. そ

れぞれについて, 左からどのような基本行列をかければよいかを答え, 実際に積を計算して求める基本変形になることを確認せよ.

- (1) 第 2 行を $1/2$ 倍する.
- (2) 第 1 行に第 2 行の -1 倍を加える.
- (3) 第 4 行に第 2 行の -1 倍を加える.
- (4) 第 2 行に第 1 行の -1 倍を加える.
- (5) 第 4 行に第 2 行の -3 倍を加える.
- (6) 第 1 行と第 3 行を入れ替える.

演習 5.3 ある正方行列 A に行基本変形を何回か施して正方行列 B になったとする. もし B が正則行列ならば A も正則であることを示せ.

演習 5.4 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に何回か行基本変形を施して単位行列にせよ.

今回は特別扱いの問題はありません.