1　平面ベクトル

演習 1.1 $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ とする. このとき, 次の (1)〜(3) のベクトルが $c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2$ $(c_1, c_2 \in \mathbb{R})$ の形 ($\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合) に表せるかどうかを調べ, もし表せるならば c_1, c_2 にあたる数を求めよ.

(1) $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$　(3) 基本ベクトル $\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

演習 1.2 再び $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ とする.

(1) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ は線形独立か線形従属かを調べよ.

(2) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ は $\mathbb{R}^2$ を張るかどうか (すべての平面ベクトルが $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ の線形結合で表されるかどうか) を調べよ.

演習 1.3 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ は線形独立か線形従属かを調べよ.

※ 時間が余ったら, 次も考えてみてください.

演習 1.4 平面ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ が線形従属で, $\boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0}$ ならば,

$$\boldsymbol{a} = \frac{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})}{||\boldsymbol{b}||^2}\boldsymbol{b}$$

が成り立つことを示せ. ただし, $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の内積, $||\boldsymbol{b}||$ は $\boldsymbol{b}$ の長さを表す.