基本的な不定積分・まとめ

※ log は自然対数を表すものとする.

※ 関数の定義域は式ごとに適当にとっているものとする. 例えば $\log x$ が登場する式では $x > 0$ の範囲で考えている, など (定義域を広くとりたいときは $\log|x|$, と絶対値をつけて書くことも多いです).

$$(x^{\alpha+1})' = (\alpha+1)x^{\alpha} \quad (\alpha \neq -1) \quad \text{より} \quad \int x^{\alpha}dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x} \quad \text{より} \quad \int \frac{1}{x}dx = \log x + C$$

$$(e^x)' = e^x \quad \text{より} \quad \int e^x dx = e^x + C$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad \text{より} \quad \int \sin x\, dx = -\cos x + C$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad \text{より} \quad \int \cos x\, dx = \sin x + C$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \text{より} \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C$$

$$\left(\frac{1}{\tan x}\right)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \quad \text{より} \quad \int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\frac{1}{\tan x} + C = -\cot x + C$$

$$(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{より} \quad \int \frac{1}{1+x^2}dx = \tan^{-1} x + C$$

$$(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{より} \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \sin^{-1} x + C$$

$F(x)$ が $f(x)$ の原始関数であるとき,

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C \quad (a, b: \text{定数}, a \neq 0)$$

例えば,

$$\begin{aligned}
\int \sin(2x+1)dx &= -\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C \\
\int \cos(3x-2)dx &= \frac{1}{3}\sin(3x-2) + C \\
\int \frac{1}{4x+1}dx &= \frac{1}{4}\log(4x+1) + C \\
\int (3x+1)^3 dx &= \frac{1}{12}(3x+1)^4 + C \\
\int \sqrt{1-x}\, dx &= -\frac{2}{3}(1-x)^{\frac{3}{2}} + C
\end{aligned}$$