テイラー近似 (微分積分応用演習, 担当: 天野勝利) 2008 年 4 月 24 日

1. (1) 関数 $f(x) = \log x$ の 3 階までの導関数を求め, それぞれの $x = 1$ での値を計算せよ. (前回最後の問題を間違えた人はよく見直しておくように. よく分からなかった場合は先生に声をかけてください.)

$f'(x) =$ $f''(x) =$ $f^{(3)}(x) =$

$f'(1) =$ $f''(1) =$ $f^{(3)}(1) =$

(2) 上記の結果と $f(1) = \log 1 = 0$ に注意して, $f(x) = \log x$ の $x = 1$ における 3 次近似式を求めよ.

$f(x) \fallingdotseq$

※ $x = 1$ における 3 次近似式:

$$f(x) \fallingdotseq f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 + \frac{f^{(3)}(1)}{3!}(x-1)^3$$

※※なぜ $\log 1 = 0$ になるのかが分からない人は対数関数の定義を再確認しましょう (教科書 p. 25). それでも分からなければ先生に声をかけてください.

---

2. (1) 関数 $f(x) = \cos x$ の 4 階までの導関数を求めよ.

$f'(x) =$ $f''(x) =$ $f^{(3)}(x) =$ $f^{(4)}(x) =$

(2) 関数 $f(x) = \cos x$ の $x = 0$ における 4 次近似式を求めよ.

$f(x) \fallingdotseq$

※ $x = 0$ における 4 次近似式:

$$f(x) \fallingdotseq f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4$$

※※ $\sin 0$ や $\cos 0$ の値は何だったでしょうか? 確信をもって答えられない人は三角関数について復習した方が良いでしょう (教科書 p. 13〜). 教科書等を見ても分からない人は先生に声をかけてください.

2. 次の関数の、カッコ内における 1 次近似式を求めよ.

(1) $f(x) = e^x \quad (x = 0)$

$f(x) \fallingdotseq$

(2) $f(x) = \sqrt{x} \quad (x = 1)$

$f(x) \fallingdotseq$

---

3. 次の関数の、$x = 0$ における 2 次近似式を求めよ.

(1) $f(x) = xe^x$

$f(x) \fallingdotseq$

(2) $f(x) = \cos 3x$

$f(x) \fallingdotseq$

---

4. 次の関数の、$x = 0$ における 3 次近似式を求めよ.

(1) $f(x) = e^{2x}$

$f(x) \fallingdotseq$

(2) $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$

$f(x) \fallingdotseq$

---

5. 次の関数の、$x = 0$ における 4 次近似式を求めよ.

(1) $f(x) = e^x$

$f(x) \fallingdotseq$

(2) $f(x) = \sin x$

$f(x) \fallingdotseq$

学籍番号	氏名