

## 6 上限・下限, 最大値・最小値, それから上極限・下極限

演習 6.1 実数の集合  $A, B$  で,  $A \cap B = \emptyset$  かつ次の条件を満たす例を挙げよ ( $\emptyset$  は空集合の意<sup>1</sup>).

(条件)  $\min A, \max A, \inf B, \sup B$  が存在し,  $\inf B < \min A$  かつ  $\max A < \sup B$ .

演習 6.2 実数の集合  $A, B$  で,  $A \cap B = \emptyset$  かつ次の条件を満たす例を挙げよ.

(条件)  $A, B$  とともに上限と下限が存在し,  $\inf A = \inf B$  かつ  $\sup A = \sup B$ .

演習 6.3 次の数列の上極限・下極限を求めよ.

$$(1) a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) a_n = (-1)^{n+1} + \frac{(-1)^n}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

---

時間が余ったら, 次の問題も考えてみてください.

演習 6.4 数列  $a_n = \sin \frac{n\pi}{3}$  の上極限と下極限を求めよ.

---

<sup>1</sup>つまり  $A$  と  $B$  は共通部分を持たないようにとること