

## 1 2 次の正方行列の行列式

演習 1.1 次の行列式の値を求めよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

演習 1.2  $A$  を 2 次の正方行列,  $a$  を数 (スカラー) とするとき, 次の式を確かめよ.

$$(1) \det({}^t A) = \det A.$$

$$(2) \det(aA) = a^2(\det A).$$

演習 1.3 2 次の正方行列  $A$  について,  $A$  が正則である (逆行列をもつ) ことと  $\det A \neq 0$  が同値であることを証明せよ.

※ … という問題を予定していたのですが, 3 時限目の講義で証明があったので, ここでは次をヒントにして講義とは違う別証明をしてみてください (もちろん下のヒントとは違うやりかたによる別証明があれば歓迎します).

(ヒント) 「 $A$  が正則行列  $\Leftrightarrow A$  の階数が 2」(教科書の系 2.12) を使う.

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に基本変形を繰り返して階段行列にし,  $A$  の階数が 2 になるための条件を求めてみる ( $a \neq 0$  と  $a = 0$  とで場合分けをすると良いです).