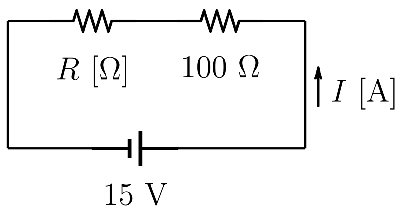
関数基礎演習 (担当: 天野勝利) 2007 年 6 月 11 日

# 2 次不等式の応用問題

電気回路中の抵抗器には定格電力 (抵抗器が耐えられる消費電力の上限) が定められていて, それ以下で使わないと発熱が大きすぎて燃えてしまう恐れがあります. ここでは, 2 次不等式の応用問題として, 下記のような電気回路の問題を考えてみましょう.

**問題.** 下図の電気回路を考える. 回路を流れる電流を $I$ [A] とし, 100 Ω の抵抗における消費電力を $P$ [W] とすると, $I$, $P$ は下記の式で表される. このとき, 消費電力 $P$ を 1/4 W 以下に抑えるためには抵抗 $R$ がどの範囲になければならないか?




$$I = \frac{15}{R+100} \text{ [A]}$$
$$P = 100I^2 \text{ [W]}$$

[解答例] まず, $P$ を $R$ の関数で表すと, $P = 100I^2 = \dfrac{100 \times 15^2}{(R+100)^2} = \dfrac{22500}{R^2 + 200R + 10000}$ となるので, $P \leqq \frac{1}{4}$ の両辺に $4(R^2 + 200R + 10000)$ をかけて,

$$P \leqq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 90000 \leqq R^2 + 200R + 10000 \Leftrightarrow 0 \leqq R^2 + 200R - 80000.$$

そこでこの 2 次不等式を解けばよい. 判別式を計算すると, $D = 40000 + 320000 = 360000 > 0$ だから, 2 次方程式 $x^2 + 200x - 80000 = 0$ の二つの (実数) 解を $\alpha, \beta$ ($\alpha < \beta$) とすると, 上の 2 次不等式の解は $R \leqq \alpha$, $\beta \leqq R$ となる. (ただし, 抵抗 $R$ は負の値をとらないので, $0 \leqq R$ という前提条件もあることに注意.) 解の公式を使うと,

$$\alpha = \frac{-200 - \sqrt{360000}}{2} = -100 - \sqrt{90000} = -100 - 300 = -400, \quad \beta = -100 + 300 = 200$$

がわかる. $\alpha < 0$, $\beta > 0$ なので, 答えは,

$$200 \leqq R.$$

つまり, 抵抗 $R$ は 200 Ω 以上でなければならない.