

演習問題 (6月~7月)

※解答例が裏面に書いてあるので, 自力でやってみた後で裏面を確認してください.

1. $\vec{a} = (3, -4)$ とする. 次の設問に答えよ.

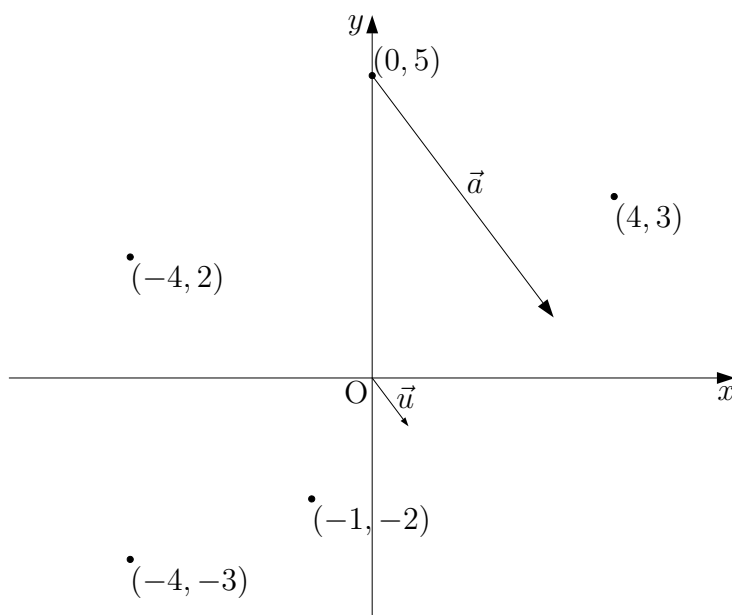
(1) \vec{u} を \vec{a} 方向の単位ベクトルとする. \vec{u} の成分表示を求めよ.

(2) 次の内積を計算せよ.

- (i) $\vec{a} \cdot (-1, -2)$ (ii) $\vec{a} \cdot (3, 1)$ (iii) $\vec{u} \cdot (3, 1)$
 (iv) $\vec{a} \cdot (-4, 2)$ (v) $\vec{a} \cdot (0, 5)$ (vi) $\vec{u} \cdot (-4, 2)$
 (vii) $\vec{a} \cdot (4, 3)$ (viii) $\vec{a} \cdot (-4, -3)$ (ix) $\vec{u} \cdot (-4, -3)$

(3) 次の方程式で表される三つの直線を下図に描き込み, どれがどの直線だか分かるように (a)(b)(c) の記号をつけよ.

(a) $3x - 4y = 5$ (b) $3x - 4y = -20$ (c) $3x - 4y = 0$



(4) $3x - 4y \geq 5$ となる (x, y) の範囲を上図に斜線で図示せよ.

※この問題の (1)~(4) が終わったら, 「内積」のプリント (とくに最後の方) や, 前半の演習問題 (4月~5月) の設問 9. をもう一度みておいてください.

(5) 点 $(-4, -3)$ と直線 $3x - 4y = -20$ との距離を求めよ.

(6) 点 $(5, 5)$ と直線 $3x - 4y = 5$ との距離を求めよ.

(7) $\vec{r} = (x, y)$ として, 直線 $3x - 4y = 5$ を媒介変数表示で表せ. ただし媒介変数を表す記号には t を使うこと.

2. 空間ベクトル $\vec{v} = (-1, 3, 2)$ に対して、次のものをそれぞれ求めよ.

(1) \vec{v} の大きさ (2) $2\vec{v}$ の成分表示 (3) $2\vec{v}$ の大きさ

(4) $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ の成分表示 (5) $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ の大きさ (6) 内積 $\vec{v} \cdot \vec{v}$

3. $\vec{a} = (1, 1, -2)$, $\vec{b} = (-2, 1, 3)$ のとき、次のベクトルの成分表示を求めよ.

(1) $-2(\vec{a} - \vec{b}) + 5\vec{a}$ (2) $\vec{b} - 2\vec{a} + 2\vec{b}$ (3) $4\vec{a} + \vec{b} - \vec{a}$

4. 次の内積を求めよ.

(1) $(1, -1, 2) \cdot (2, 3, 1)$ (2) $(2, -1, 1) \cdot (-3, -2, 1)$ (3) $(2, 0, -2) \cdot (2, 1, 1)$

(4) $(1, 2, 0) \cdot (2, -1, 3)$ (5) $(-3, 1, 2) \cdot (-2, -1, -1)$ (6) $(3, 1, 1) \cdot (1, 4, 2)$

5. 次の二つのベクトルのなす角 θ が、鋭角 ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$), 直角 ($\theta = \frac{\pi}{2}$), 鈍角 ($\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$) のいずれになるかを答えよ.

(1) $(1, -1, 2)$ と $(2, 3, 1)$ (2) $(2, -1, 1)$ と $(-3, -2, 1)$ (3) $(2, 0, -2)$ と $(2, 1, 1)$

(4) $(1, 2, 0)$ と $(2, -1, 3)$ (5) $(-3, 1, 2)$ と $(-2, -1, -1)$ (6) $(3, 1, 1)$ と $(1, 4, 2)$

6. 空間内の平面などについて、次の設問に答えよ.

(1) ベクトル $\vec{a} = (-2, 1, 2)$ に垂直で点 $(-2, 1, -1)$ を通る平面の方程式を記述せよ.

(2) \vec{a} 方向の単位ベクトルを \vec{u} とする. \vec{u} の成分表示を求めよ.

(3) 点 $(5, -1, -2)$ と (1) で考えた平面との距離を求めよ.

7. 空間内の平面 $3x + 2y - z = 2$ の法線ベクトルをひとつ求めよ.

8. 次の方程式はどのような球を表すか? 中心と半径を答えよ:

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 9.$$

9. 次の設問に答えよ.

(1) ベクトルの外積 $(2, 1, -1) \times (1, 3, 4)$ を計算せよ.

(2) 三点 $A(0, 1, 0)$, $B(2, 2, -1)$, $C(1, 4, 4)$ を通る平面の方程式を記述せよ. (ヒント: \vec{AB} と \vec{AC} の成分表示は?)